

КРАГТЕН ӘДІСІ БОЙЫНША ӨЛШЕМДЕРДІҢ АНЫҚТЫЛЫҒЫНЫҢ АВТОМАТТАНДЫРЫЛҒАН ЕСЕПТІЛІГІ

АНДАТПА

Аннотация: Мақалада өлшеудің белгісіздігін бағалаудың төрт әдісіне шолу және талдау берілген: GUM, Крагтен, Монте-Карло және ең кіші квадраттар әдісі және оларды қолдану бойынша ұсыныстар берілген. Жұмыста Крагтен әдісін қолдану арқылы өлшемдердің белгісіздігін автоматтандырылған есептеу бағдарламасын жасау қарастырылған. Оны тексеру кезінде электромагниттік шығын өлшегіштің салыстырмалы қателігінің белгісіздігін бағалау үшін әзірленген бағдарламалық қамтамасыз етуді пайдаланудың мысалы келтірілген. «Крагтен әдісі арқылы өлшеу белгісіздігін автоматтандырылған есептеу» бағдарламалық құралы өлшем теңдеуінің күрделілігіне қарамастан кез келген шамалардың өлшеу белгісіздігін бағалайды.

Түйінді сөздер: өлшеу белгісіздігі, Крагтен әдісі, автоматтандырылған есептеу.

**Хан Светлана Гурьевна,
т.ғ.к, профессор**

Автоматтандыру және басқару бөлімі
Автоматтандыру және ақпараттық технологиялар институты
Г.Дәукеев атындағы Алматы энергетика және байланыс университеті
s.khan@aes.kz

АВТОМАТИЗИРОВАННЫЙ РАСЧЕТ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ ИЗМЕРЕНИЙ МЕТОДОМ КРАГТЕНА

АННОТАЦИЯ

Аннотация: В статье приведен обзор и анализ четырех метода оценивания неопределенности измерения: GUM, Крагтена, Монте-Карло и метод наименьших квадратов, даны рекомендации по их применению. В работе рассмотрена разработка программы автоматизированного расчета неопределенности измерения методом Крагтена. Приведен пример использования разработанного ПО для оценки неопределенности относительной погрешности электромагнитного расходомера при проведении его поверки. В ПО «Автоматизированный расчет неопределенности измерения методом Крагтена» выполняется оценка неопределенности измерения любых величин независимо от сложности уравнения измерения.

Ключевые слова: неопределенность измерения, метод Крагтена, автоматизированный расчет.

**Хан Светлана Гурьевна,
к.т.н, профессор**

кафедра «Автоматизация и управление»
Институт автоматизации и информационных технологий
НАО Алматинский университет энергетика и связи им. Г.Дәукеева
s.khan@aes.kz

AUTOMATED CALCULATION OF MEASUREMENT UNCERTAINTY BY THE KragTEN METHOD

ANNOTATION

Abstract: The article provides an overview and analysis of four methods for estimating measurement uncertainty: GUM, Kragten, Monte Carlo and the least squares method, and provides recommendations for their application. The paper discusses the development of a program for automated calculation of measurement uncertainty using the Kragten method. An example of using the developed software to estimate the uncertainty of the relative error of an electromagnetic flowmeter during its verification is given. The software "Automated Calculation of Measurement Uncertainty Using the Kragten Method" estimates the measurement uncertainty of any quantities regardless of the complexity of the measurement equation.

Keywords: measurement uncertainty, Kragten method, automated calculation.

**Khan Svetlana Guryevna,
PhD, Professor**
Department of "Automation and Control"
Institute of Automation and Information Technologies
Almaty University of Power Engineering and Telecommunications named after G. Daukeev
s.khan@aes.kz





ВВЕДЕНИЕ. Понятие «неопределенность» измерений стало в последние десятилетия единственной, и, что самое главное, признанной на международном уровне мерой доверия к результатам измерений. Основными документами для оценивания неопределенности являются «Руководство по выражению неопределенности в измерениях» (GUM) [1] и Рекомендации [2]. Руководство содержит единые в международной практике правила выражения неопределенности измерений и их суммирования, стандартизации, калибровки средств измерительной техники, аккредитации метрологических служб, измерительных лабораторий и т.д.

Вопросы оценивания неопределенности измерений широко освещаются в аналитических измерениях [3,4], при калибровках средств измерений [5,6,7] и других исследованиях [8,9].

В связи с усилением процесса интеграции Казахстана в международное сообщество для устранения барьеров в торговом, промышленном, научном и культурном обмене и сотрудничестве требуется гармонизация стандартов и других нормативных документов, в том числе в области метрологии, калибровки средств измерений, сертификации продукции.

Для создания условий признания казахстанских сертификатов соответствия и результатов испытаний на продукцию за рубежом в нормативную базу системы аккредитации введен СТ ИСО/МЭК 17025-2019 [10]. Внедрение данного нормативного документа обусловило необходимость выполнения требований п.5.4.6 «Оценивание неопределенности измерений» данного стандарта.

В связи с этим задача обеспечения международного единства в подходе к представлению и оцениванию неопределенности результата измерений является актуальной и метрологические службы требуют перехода от оценки погрешности к оценке неопределенности измерений.

В своих исследованиях автор использовал концепцию оценивания неопределенности измерений в задачах поверки технических расходомеров. Под руководством автора разработаны программы расчета неопределенности измерений кориолисового расходомера [7] и электромагнитного расходомера [6] в среде графического программирования NI LabView, а также разработана программа автоматизированного расчета неопределенности измерений методом Крагтена.

Методы исследования. Обзор различных методов оценивания неопределенности измерения показал наличие следующих методов:

- 1) стандартный (классический) метод GUM;
- 2) метод Монте-Карло;
- 3) метод Крагтена (метод электронных таблиц).
- 4) метод наименьших квадратов.

Метод GUM (Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement). Для оценивания неопределенности измерений широко применяют аналитические методы [1]. В основе их реализации лежит закон распространения неопределенности, заключающийся в приближении исходного модельного уравнения линейными членами ряда Тейлора, который в сочетании с методом суммирования дисперсий и ковариаций позволяет получить выражение для вычисления суммарной стандартной неопределенности выходной величины (неопределенности результата измерения) $u_c(y)$ в виде:

$$u_c(y) = \sqrt{\sum_{i=1}^m c_i^2 u^2(x_i) + 2 \sum_{i=1}^{m-1} \sum_{j=i+1}^m r_{ij} c_i c_j u(x_i) u(x_j)},$$

где $u(x_i)$ – неопределенность i -й входной величины x_i ; c_i – коэффициент чувствительности; r_{ij} – коэффициент попарной корреляции между i -й и j -й входными величинами.



Расширенная неопределенность выходной величины в [1] оценивается на основе определения эффективного числа степеней свободы.

МЕТОД МОНТЕ-КАРЛО. Наиболее универсальным численным методом является метод статистического моделирования (Монте-Карло) [11], базирующийся на генерации значений входных величин в виде случайных чисел с заданным законом распределения и нахождении закона распределения измеряемой (выходной) величины по соответствующей ей совокупности получаемых случайных чисел. Применение метода Монте-Карло позволяет избавиться от погрешностей, связанных с отбрасыванием старших членов разложения в ряд Тейлора при проведении процедуры линеаризации. В методе Монте-Карло входные величины X_1, X_2, \dots, X_m представляются как случайные величины с плотностями распределения вероятностей g_1, g_2, \dots, g_m . Математические ожидания и стандартные отклонения этих распределений вероятности эквивалентны оценкам входных величин x_1, x_2, \dots, x_m и их стандартным неопределенностям u_1, u_2, \dots, u_m соответственно. В этом случае применение метода Монте-Карло заключается в выполнении следующих операций: 1) генерирование m массивов случайных чисел $x_j, j = 1, 2, \dots, m$ заданного объема n ($n = 10^5 - 10^6$), подчиняющихся требуемым законам распределения; 2) получение массива оценки выходной величины y объема n ; 3) вычисление оценок параметров полученного распределения: математического ожидания, суммарной стандартной неопределенности, коэффициента охвата и расширенной неопределенности; 4) повторение l раз ($l = 50 - 100$) шагов 1 – 3 с получением усредненных значений оценок перечисленных в п. 3 параметров и вычислением оценки их СКО для определения их достоверности.

МЕТОД КРАГТЕНА. Данный метод подразумевает собой метод электронных таблиц, который можно использовать для упрощения расчетов при нахождении неопределенности измерений [12].

Метод наименьших квадратов. Одним из основных математических методов обработки опытных данных является метод наименьших квадратов (МНК). Численные параметры выбираются из условия минимума суммы квадратов отклонений измеренных значений от расчетных значений аппроксимирующей функции. Смысл этого условия заключается в том, что достоверность результатов аппроксимации, полученных с использованием этого условия тем выше, чем меньше сумма квадратов отклонений. Полученные при подгонке параметры, свободный член и угловой коэффициент линейной зависимости вместе с оценками их дисперсий и ковариации могут быть использованы для определения по градуировочной характеристике значений поправки и ее стандартной неопределенности.

Выводы. Классический подход GUM в настоящее время по-прежнему является самым широко применяемым методом, используемым для оценки неопределенности измерений в метрологии. Несмотря на его ограничения, он очень хорошо подходит для широкого спектра измерительных систем и моделей.

Однако использование численных методов, таких, как моделирование методом Монте-Карло, все чаще

рекомендуются Объединенным комитетом по руководству в метрологии (JCGM) и Международным бюро мер и весов (BIMP) как ценная альтернатива подходу GUM. Моделирование методом Монте-Карло дает результаты для более широкого диапазона моделей, в том числе ситуаций, когда приближения GUM могут быть недостаточными, например, когда модели содержат нелинейные составляющие или когда существует большой негауссовский источник входной величины, который преобладает над другими.

Подход Крагтена дает оценку неопределенности, практически совпадающую с оценкой по GUM, поэтому с целью упрощения расчетов его рекомендуется использовать для сложных выражений.

Там, где распределения существенно отличаются от нормальных, подходы Крагтена и базового GUM дают искаженную оценку стандартной неопределенности, тогда как метод Монте-Карло позволяет определить закон распределения выходной величины и, соответственно, отобразить реальный «интервал покрытия».

Метод наименьших квадратов используется в целях калибровки для оценки неопределенностей, связанных с кратковременными и долговременными случайными изменениями результатов сличений материальных эталонов с неизвестными размерами единиц величин (например, концевых мер длины, эталонов массы) с эталонами сравнения с известными передаваемыми размерами единиц величин. Ведь существует много ситуаций, иногда довольно сложных, требующих применения разных статистических методов. Поэтому для получения оценки x_i входной величины X_i можно использовать функциональную зависимость, полученную по экспериментальным данным методом наименьших квадратов. Выборочные оценки дисперсий и стандартных отклонений параметров функциональной зависимости, а также значений, прогнозируемых по данной функциональной зависимости, могут быть легко вычислены с помощью хорошо известных статистических процедур.

Метод Крагтена. Метод Крагтена подробно рассмотрен в [12]. Руководство [4] также содержит несколько примеров по применению метода Крагтена в области аналитической химии.

Практически метод Крагтена представляет собой оценку неопределенности измерения по методу GUM с использованием электронных таблиц Excel. Различие заключается в выполнении пятого этапа по оцениванию неопределенности измерения по методу GUM: «Расчет суммарной стандартной неопределенности» [1].

На данном этапе при вычислении коэффициентов чувствительности c_i требуется расчет частных производных от функции измерений, что часто вызывает трудности у метрологов. Метод Крагтена упрощает этот расчет, для чего используется таблица Excel.

В выражении:

$$u(y(x_1, x_2, \dots, x_n)) = \sqrt{\sum_{i=1, n} \left[\frac{\partial y}{\partial x_i} u(x_i) \right]^2 + \sum_{i, k=1, n} \frac{\partial y}{\partial x_i} \frac{\partial y}{\partial x_k} u(x_i, x_k)}$$



при условии, что либо $y(x_1, x_2 \dots x_n)$ является линейной функцией от x_i , либо $u(x_i)$ мало по сравнению с x_i , частные производные можно аппроксимировать:

$$\frac{\partial y}{\partial x_i} \approx \frac{y(x_i + u(x_i)) - y(x_i)}{u(x_i)}$$

$$u(x_i) \frac{\partial y}{\partial x_i} \approx y(x_i + u(x_i)) - y(x_i) = u(y, x_i)$$

Таким образом, неопределенность $u(y, x_i)$ представляет собой разность значений Y , вычисленных для $[x_i + u(x_i)]$ и x_i соответственно.

Допущение о линейности или малости $u(x_i)/x_i$ не будет выполняться строго во всех случаях. Несмотря на это, данный метод обеспечивает точность, приемлемую для практических целей, учитывая другие допущения при оценке значений $u(x_i)$.

Метод Крагтена для вычисления неопределенности заключается в определенном правиле заполнения электронной таблицы Excel (таблица 1).

■ **Таблица 1** – Электронная таблица Крагтена

	A	B	C	D	E
1		$u(p)$	$u(q)$	$u(r)$	$u(s)$
2					
3	p	$p+u(p)$	p	p	p
4	q	q	$q+u(q)$	q	q
5	r	r	r	$r+u(r)$	r
6	s	s	s	s	$s+u(s)$
7					
8	$y=f(p, q, r, s)$	$y=f(p', q, r, s)$	$y=f(p, q', r, s)$	$y=f(p, q, r', s)$	$y=f(p, q, r, s')$
9		$u(y,p)$	$u(y,q)$	$u(y,r)$	$u(y,s)$
10	$u(y)$	$u(y,p)^2$	$u(y,q)^2$	$u(y,r)^2$	$u(y,s)^2$
11	$U(y)$				

Предположим, что результат y является функцией четырех параметров: p, q, r, s . В электронную таблицу вносятся исходные данные: значения p, q, r, s и формула f для вычисления y в столбец A таблицы 1. Значения неопределенностей $u(p), u(q), u(r)$ и $u(s)$, предварительно рассчитанные, размещаются в строке 1. Остальные ячейки заполняются данными, как указано в таблице 1. Значение $f(p+u(p), q, r, s)$, в таблице обозначено как $f(p', q, r, s)$. Ячейка C8 рассчитывается $f(p, q+u(q), r, s)$, в таблице обозначено как $f(p, q', r, s)$ и так далее. В строке 9 для столбцов B, C, D, E рассчитываются значения $u(y, x_i)$ по формуле (1), где x_i – значения p, q, r, s . Для получения стандартной неопределенности $u(y)$ значения ячеек B9, C9, D9, E9 возводятся в квадрат, суммируются и затем извлекается квадратный корень: $u(y, x_i)^2$ заносятся в строку 10, а квадратный корень суммы – суммарная стандартная неопределенность $u(y)$ – в A10; для получения расширенной неопределенности $U(y)$ значение суммарной стандартной неопределенности умножается на коэффициент охвата и заносится в ячейку A11.

Если какие-либо из переменных являются коррелированными, к сумме в A10 добавляется необходимый в таких случаях дополнительный член. Например, если p и q коррелируются и коэффициент корреляции равен $r(p,q)$, то тогда до того, как извлекается квадратный корень, к вычисленной сумме в A10 добавляется дополнительный член $2*r(p,q)*u(y,p)*u(y,q)$.

Поэтому корреляцию можно легко включать в рассмотрение, добавляя в таблицу соответствующие дополнительные члены.

При кажущейся простоте реализации электронной таблицы Крагтена в Excel ее построение вызывает множество вопросов у метрологов.

Разработка. ПО может быть использовано для оценки неопределенности измерения на любой поверочной установке, на любом учебном лабораторном стенде по проверке средств измерений, а также, как виртуальный комплекс-тренажер для обучения персонала.

Условием применения ПО является:

- ввод уравнения измерения;
- ввод значений входных параметров, входящих в уравнение измерения;
- ввод значений стандартных неопределенностей входных параметров.

Автоматизированная программа разработана в среде графического программирования LabView и состоит из нескольких подпрограмм: Calc Formula; Calc Matrix; Create Table; Insert Table Data; Insert Table Head.

В подпрограмме Calc Formula происходит расчет функции измерения. Так как в функции измерения могут выполняться разные арифметические операции, данная подпрограмма обеспечивает расчет с помощью функции Parse Formula Node VI, разработанной National Instruments.

В подпрограмме «Calc Matrix» происходит создание матрицы из значений входных параметров и их неопределенностей.

Подпрограмма «Create Table» реализует электронную таблицу, которая заполнится значениями созданной матрицей и данными, полученными при расчете суммарной стандартной и расширенной неопределенностей. В дальнейшем это позволит пользователю сохранить в файл любого формата (блокнот, Word, Excel) таблицу с результатами.

В подпрограмме «Insert Table Data» происходит инвертирование и создание таблицы из входных параметров, значений входных параметров, их неопределенностей и результата функции измерения.

Подпрограмма «Insert Table Head» включает в себя таблицы из предыдущих подпрограмм и матрицу. Также в данной подпрограмме происходит расчет функции измерения для значений каждого столбца. Далее разность между исходной функцией измерения и функцией измерения j -столбца. Полученные результаты возводятся в квадрат полученной разности для каждого столбца. В итоге рассчитывается суммарная стандартная неопределенность, как корень квадратный из суммы всех возведенных в квадрат разностей и расширенная неопределенность как произведение суммарной стандартной неопределенности и коэффициента охвата.

На разработанную программу получено Свидетельство об интеллектуальной собственности [13]. Основные технические характеристики: ОС Windows XP и выше; объем ПО – 65 Мб; требуемая оперативная память – не меньше 2 Гб. Среда программирования – NI LabVIEW (USA), версия 8.5. Тип реализующей ЭВМ: персональный компьютер, ноутбук; тип процессора – Intel Core i2 и выше.



На рисунке 2 приведена стартовая страница разработанной программы.

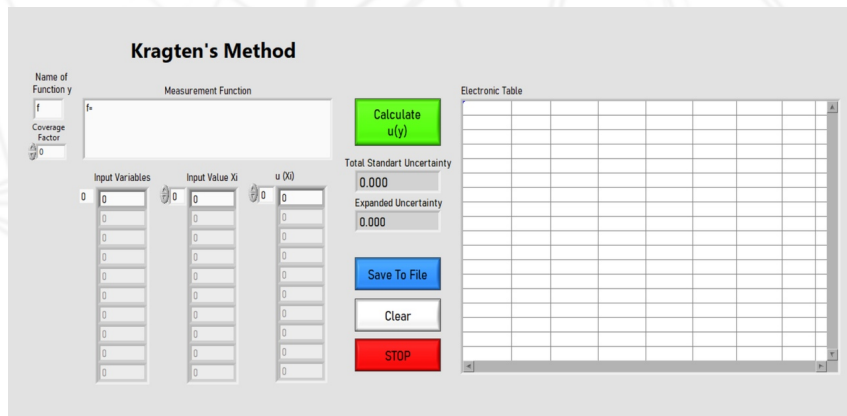


Рисунок 2 – Интерфейс программы автоматизированного расчета неопределенности измерения методом Крагтена

Пример применения ПО. Расчет неопределенности относительной погрешности электромагнитного расходомера (ЭМР) ЭМР методом Крагтена с помощью автоматизированной программы.

В результате проведения поверки электромагнитного расходомера получены значения расходов поверяемого расходомера - Q_p и эталонного (кориолисового) расходомера - Q_r, известны исходные значения величин погрешностей d_r, d_p, Δ_p из технических характеристик расходомеров (таблица 2). Для расчета неопределенности относительной погрешности ЭМР с помощью автоматизированной программы выполнены следующие указания.

В поле «Input Variables» вводятся наименования входных параметров. Обозначим их как a, b, c, d и e (рисунок 2). В поле «Input Value» введены числовые значения входных величин. В поле u(X_i) введены стандартные неопределенности входных величин.

Таблица 2 – Входные данные

Исходная величина	Наименование для поля «Input Variables»	Значения для поля «Input Value»	Значения для поля u(X _i)	Значение для поля «Coverage Factor»
d _r	a	0,1	0,029	2
d _p	b	0,01	0,058	
Δ _p	c	0,1	0,0029	
Q _r	d	300,022	0.255	
Q _p	e	300,002	0.227	
Исходная функция измерения	Функция измерения для программы			
$\frac{(Q_r \pm d_r) - (Q_p \pm \Delta_p \pm d_r)}{(Q_p \pm \Delta_p \pm d_r)} \cdot 100\%$	$f = ((d+a) - (e+c+b)) / (e+c+b) * 100$			

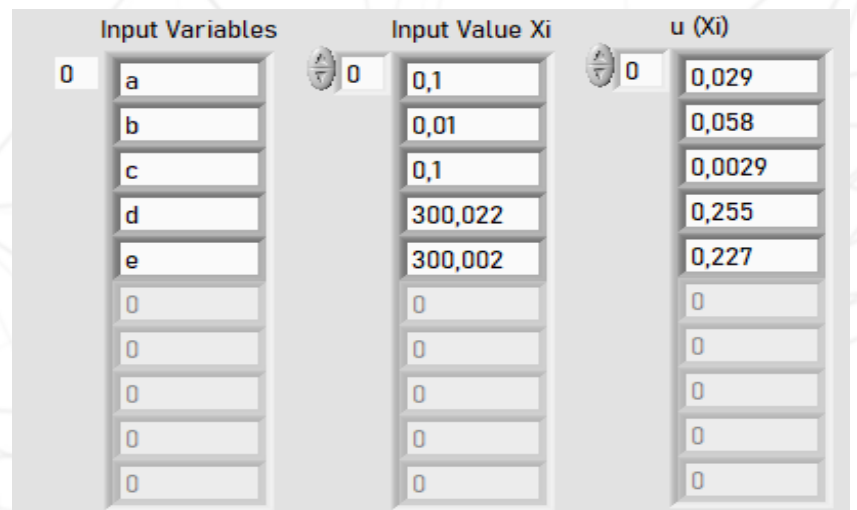


Рисунок 2 – Ввод входных данных

В поле «Name of Function y» вводится наименование функции измерения, в данном случае – f.

В поле «Coverage Factor» введено значение коэффициента охвата.

В поле «Measurement Function» (рисунок 3) введена функция измерения из таблицы 2.

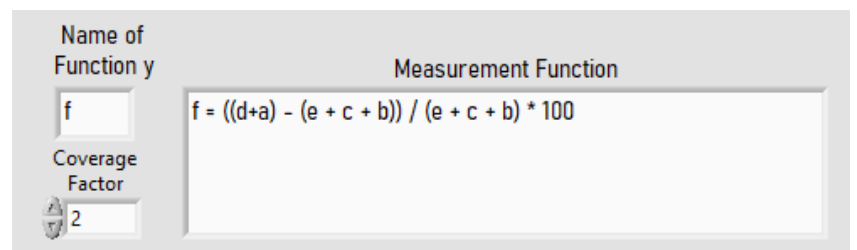


Рисунок 3 – Ввод функции измерения и коэффициента охвата

Общий вид программы расчета неопределенности относительной погрешности ЭМР методом Крагтена показан на рисунке 4. Для расчета суммарной стандартной и расширенной неопределенностей, нажать на кнопку «Calculate u(y)». Далее в поле «Total Standart Uncertainty» появится значение суммарной стандартной неопределенности, равное 0,116; в поле «Expanded Uncertainty» - значение расширенной неопределенности, равное 0,2315. Для завершения процесса расчета неопределенности относительной погрешности ЭМР нажать кнопку «Stop».

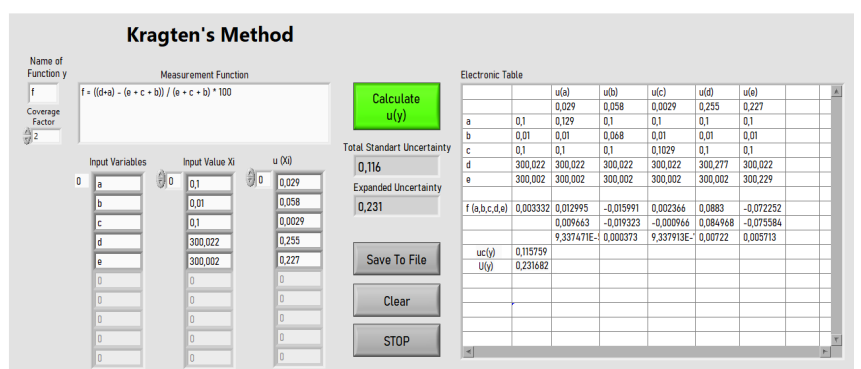


Рисунок 4 – Результаты расчета неопределенности относительной погрешности ЭМР методом Крагтена

ЗАКЛЮЧЕНИЕ. В статье приведен обзор и анализ четырех метода оценивания неопределенности измерения.



В большинстве случаев методы GUM, Крагтена и Монте-Карло дают практически одинаковое значение для стандартной неопределенности, связанной с оценкой измеряемой величины. Различия становятся очевидными, когда распределения далеки от нормальных и результат измерения нелинейно зависит от одной или нескольких входных величин. Там, где есть существенная нелинейность, не рекомендуется применять базовый подход GUM. Однако, нелинейность можно учесть в GUM путем включения в расчеты членов более высокого порядка.

Совместное использование классического метода GUM, метода Крагтена, метода Монте-Карло и метода наименьших квадратов полезно для разработки

подходящей стратегии, поскольку каждый из четырех подходов освещает разные стороны проблемы.

В работе рассмотрена разработка программы автоматизированного расчета неопределенности измерения методом Крагтена. Приведен пример использования разработанного ПО для оценки неопределенности относительной погрешности электромагнитного расходомера при проведении его поверки.

В программном обеспечении «Автоматизированный расчет неопределенности измерения методом Крагтена» выполняется оценка неопределенности измерения любых величин независимо от сложности уравнения измерения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement: First edition. ISO, Geneva, 1993.
- [2] Руководство ИСО/МЭК 98-3:2008 «Неопределенность измерения. Часть 3. Руководство по выражению неопределенности измерения» [ISO/IEC Guide 98-3:2008 «Uncertainty of measurement — Part 3: Guide to the expression of uncertainty in measurement (GUM:1995)»]
- [3] Ellison SLR. Implementing measurement uncertainty for analytical chemistry: The Eurachem guide for measurement uncertainty. Metrologia. 2014;51:S199-S205.
- [4] EURACHEM/CITAC Guide CG4. Quantifying uncertainty in analytical measurement, 3rd ed./ Ed.S.L.R. Ellison (LGC,UK), A.Williams (UK), 2012 – 141p.
- [5] DKD-3 Angabe der Meßunsicherheit bei Kalibrierungen: Phisikalisch-Technischen Bundesanstalt, Braunschweig, 1998.
- [6] Khan S., Tashibayeva A. Development of program for estimating the measurement uncertainty at the calibration of electromagnetic flowmeters: Vestnik AUPET (ISSN 1999-9801), Almaty. - 2017. – 2(37). -P. 27-34.
- [7] Khan S.G., Tashibayeva A.E., Bukayeva G. Development of program for estimating of corolis flowmeters' measurement uncertainty: Vestnik AUPET (ISSN 1999-9801), Almaty. - 2018. – 1(40). -P. 34-39.
- [8] Vasilevskiy O.M. Calibration method to assess the accuracy of measurement devices using the theory of uncertainty. International Journal of Metrology and Quality Engineering (IJMQE). Int. J. Metrol. Qual. Eng. 5, 403 (2014).
- [9] Marcus Augusto Lyrio Traple, Alessandro Morais Saviano, Fabiane Lacerda Francisco, Felipe Rebello Lourenco. Measurement uncertainty in pharmaceutical analysis and its application. Jorunal of pharmaceutical analysis, 2014.
- [10] SO/IEC 17025:2019. "General Requirements for the Competence of Testing and Calibration Laboratories". - Switzerland, 2019.
- [11] JCGM 101:2008. Evaluation of measurement data—Supplement 1 to the "Guide to the expression of uncertainty in measurement"—Propagation of distributions using a Monte Carlo method. Joint Committee for Guides in Metrology. 2008.
- [12] Kragten, J., "Calculating Standard Deviations and Confidence Intervals with a Universally Applicable Spreadsheet Technique," Analyst, vol. 119, pp. 2161-2165, 1994, <https://doi.org/10.1039/an9941902161>.
- [13] Хан С.Г., Серикова А. А. Программное обеспечение (ПО ЭВМ) «Автоматизированный расчет неопределенности измерения методом Крагтена». Свидетельство о внесении сведений в государственный реестр прав на объект, охраняемый авторским правом. № 11322 от 10.07.2020.